数理論理学を用いた法的因果関係概念の分析

九州大学　大学院マス・フォア・イノベーション連係学府
村上真悟 (Shingo MURAKAMI) *

概要

法学において事実的因果関係の判断基準として知られる “あれなければこれなし” の条件関係公式は、代替的原因が存在する場合にうまく機能しないことが知られている。本稿では、因果関係の適切な判断基準を得るべく、2 つの異なるモデルを紹介し、双方の利点と限界を比較検討する。さらに、一方のモデルを他方のモデルによって記述することができるという筆者自身の結果を紹介する。この結果を用いることで、互いのモデルの利点を組み合わせることができ、因果関係概念の分析に資することが期待される。

1　導入

突然だが、“A が V のコーヒーに致死量の毒を入れ、コーヒーを飲んだ V が死亡した” という事例を考えてみよう。このとき、V の死亡の原因が A の行為であるというためには、どのような説明が考えられるだろうか。おそらく最も素朴な説明は、A が毒を入れなければ V は死亡しなかったという説明であろう。法学においては、行為と結果との間の事実的な結びつき（以下、「事実的因果関係」という。）の判断基準として、このような “あれなければこれなし” という**条件関係公式**がよく知られている。この基準は、単純明快で、一応の納得感がある。しかし、次のような事例において、条件関係公式は直観に適合する結論を導かないということが知られている。

事例 1

A と B は、意思の連絡なく、V のコーヒーに、それぞれ致死量の毒を入れた。V は、そのコーヒーを飲んで死亡した。

この事例においては、仮に A が V のコーヒーに毒を入れなかったとしても、V は B の入れた毒によって死亡していたといえる。よって、条件関係公式に従う限り、A の行為は V の死亡の原因ではないということになる。さらに、同様の理由から、B の行為も V の死亡の原因ではないということになる。このように、条件関係公式は、代替的な原因が存在する場合に非直観的な結論を導くということが知られている。

本稿では、このような問題にも対応できるような適切な判断基準を得るべく、「事実的因果関係」という概念をを数理論理学的な手法でモデリングすることを試みる。第 2 節では Halpern の因果モデルを、第 3 節では Satoh らのアブダクション枠組みを、それぞれの利点や限界と共に紹介する。第 4

* E-mail:murakami.shingo.098@s.kyushu-u.ac.jp

節では、Halpern の因果モデルを Satoh らのアブダクション枠組みによって記述することができるという筆者自身の結果を紹介する。第 5 節では、この結果が有する意義について考察し、今後の方針について述べる。

2 Halpern の因果モデル

2.1 因果モデル

以下の内容は Halpern[1] に基づくが、説明の都合上、記号を一部改めている。

定義 2.1 (因果モデル)**.** 3 つ組 $(\mathcal{V}, \mathcal{U}, \mathcal{F})$ を**因果モデル**という。

$\mathcal{V} = \{V_1, \ldots, V_p\}, \mathcal{U} = \{U_1, \ldots, U_p\}$ はいずれも変数の集合で、0 または 1 の値をとりうるとする[*1]。$\mathcal{V}$ の元を**内生変数**、$\mathcal{U}$ の元を**外生変数**という。

$\mathcal{F} = \{F_1, \ldots, F_p\}$ はブール関数の集合である。

各 $i = 1, \ldots, p$ に対して、内生変数の集合 $pa(V_i) \subset \{V_1, \ldots, V_{i-1}\}$ が定められており、各 F_i が $V_i, U_i, pa(V_i)$ を以下のように関係づけているとする。

$$V_i = F_i(pa(V_i), U_i)$$

以下、変数の集合 $\{X_1, \ldots, X_m\}$ とベクトル $(X_1, \ldots, X_m)$ を区別せず、$\vec{X}$ などと表記する。$\vec{x}$ は、$\vec{X}$ をベクトルとみた場合に、これがとる値 $\vec{x} = (x_1, \ldots, x_m)$ を表す。

外生変数全体からなるベクトル $(U_1, \ldots U_p)$ の値 $\vec{u}$ のことを**コンテクスト**という。因果モデル M においては、コンテクスト $\vec{u}$ が具体的に定まれば、各 $V_1, \ldots, V_p$ の値も一意に定まる。このことを前提に、因果モデル M とコンテクスト $\vec{u}$ の組 $(M, \vec{u})$ を**因果設定**と呼び、因果設定 $(M, \vec{u})$ において φ が成り立つことを

$$(M, \vec{u}) \models \varphi$$

と表記する。ただし、φ は、例えば $(Y_1 = y_1) \wedge ((Y_2 = y_2) \vee \neg(Y_3 = y_3))$ のような、$Y = y$ という形をした式のブール結合である。

次に、介入を定義する。これは、“仮に $\vec{X}$ の値が $\vec{x}$ だったならば” という仮定に基づく推論に対応する概念である。

定義 2.2 (介入)**.** 因果モデル $M = (\mathcal{V}, \mathcal{U}, \mathcal{F})$ に対して、$M_{\vec{X} \leftarrow \vec{x}} := (\mathcal{V}, \mathcal{U}, \mathcal{F}^{\vec{X} \leftarrow \vec{x}})$ と定義する。ここで、$\mathcal{F}^{\vec{X} \leftarrow \vec{x}}$ は、$Y \in \mathcal{V}$ を以下の $F_{X'}^{\vec{X} \leftarrow \vec{x}}$ に対応させる写像である。

$$F_{X'}^{\vec{X} \leftarrow \vec{x}} := \begin{cases} F_{X'} & (X' \notin \vec{X}) \\ x' \quad (\text{定数関数}) & (X' \in \vec{X}) \end{cases}$$

ただし、$F_{X'} = F(pa(X'), U_{X'})$ であり、x' は X' に対応する $\vec{x}$ の成分である。

因果モデル M において $\vec{X}$ を $\vec{x}$ に固定する**介入**とは、モデル M を $M_{\vec{X} \leftarrow \vec{x}}$ に取り換える操作を指し、これを $\vec{X} \leftarrow \vec{x}$ と表す。

[*1] 元の Halpern のモデルにおいては、変数のとりうる値にこのような制限はない。

すなわち、介入 $vecX \leftarrow \vec{x}$ とは、$\vec{X}$ の成分である各 X' に対して、内生変数 $pa(X)$ や外生変数 U_X の値によらず、常に定数 x' の値をとるようにモデルを改変する操作である。

上記の定義に基づき、

$$(M_{\vec{X} \leftarrow \vec{x}}, \vec{u}) \models \varphi$$

であることを

$$(M, \vec{u}) \models [\vec{X} \leftarrow \vec{x}]\varphi$$

と表記することにする。上の式は、モデル M において $\vec{X} \leftarrow \vec{x}$ という介入を行った場合に、φ が成り立つことを表している。

2.2 Beckers の NESS 原因

Wright は、原因を "結果を発生させるのに十分な集合の必要な部分" と捉える Hart & Honoré の議論 [2] に着想を得て、これを NESS (Necessary Element in a Sufficient Set) と名付けた [3]。NESS は、法哲学の因果関係論において有力な見解となっている。

先ほど定義した因果モデルによってこの NESS を記述することを試みたのが、Beckers[4] の研究である。以下では、Beckers が定義した NESS 原因の定義を示す。そのための準備として、十分という概念を定義する。$(M, \vec{u})$ において $\vec{X} = \vec{x}$ が $Y = y$ にとって**十分である**とは、$\vec{z} = \mathcal{V} \setminus (\vec{X} \cup \{Y\})$ のとりうる任意の値 $\vec{z}$ に対して

$$(M, \vec{u}) \models [\vec{X} \leftarrow \vec{x}, \vec{Z} \leftarrow \vec{z}](Y = y)$$

が成り立つことをいう[*2]。つまり、$\vec{X}, Y$ 以外の変数に対してどのような介入を行っても、$Y = y$ が得られるということを意味している。

この十分という概念を用いて、NESS 原因を定義する。

定義 2.3 (直接 NESS 原因, NESS 原因)**.** $(M, \vec{u})$ において $X = x$ が $Y = y$ の**直接 NESS 原因**であるとは、以下のような条件を満たす $\vec{W} = \vec{w}$（$\vec{W}$ は空集合でもよい）が存在することをいう。

(1) $(M, \vec{u}) \models (X = x) \wedge (\vec{W} = \vec{w})$
(2) $(M, \vec{u})$ において $\{X = x, \vec{W} = \vec{w}\}$ が $Y = y$ にとって十分である
(3) $(M, \vec{u})$ において $\vec{W} = \vec{w}$ が $Y = y$ にとって十分でない

なお、上の定義における $\vec{W}$ のことを**証拠**という。

$(M, \vec{u})$ において $X_1 = x_1$ が $X_n = x_n$ の **NESS 原因**であるとは、各 $i = 1, 2, \ldots, n-1$ に対して $X_i = x_i$ が $X_{i+1} = x_{i+1}$ の直接 NESS 原因となるような原子事象の列 $X_1 = x_1, \ldots, X_n = x_n$ が存在することをいう。なお、このような原子事象の列を直接 NESS 原因の列ということがある。

[*2] Beckers はこれとは異なる定義を採用している（[4] の Definition 4）が、本これが本稿で採用した定義と同値であることは同論文の Proposition 1 によって保証される。

2.3 具体例

事例 1 は以下のようにモデリングできる。まず、変数の集合を $\mathcal{V} = \{A, B, V\}, \mathcal{U} = \{U_A, U_B, U_V\}$ とし、これらがブール関数の集合 $\mathcal{F}$ によって以下のように関係づけられているとする。

$$\begin{cases} A = F_A(\varnothing, \quad U_A) = U_A \\ B = F_B(\varnothing, \quad U_B) = U_B \\ V = F_V(A, B, U_V) = A \lor B \lor U_V \end{cases}$$

そして、コンテクスト $\vec{u}$ は $U_A = 1, U_B = 1, U_V = 0$ とする。

なお、各変数は、それぞれ値が 1 であるとき、以下の意味をもつと考える。

$$\begin{cases} A : \text{A が毒を入れる} \\ B : \text{B が毒を入れる} \\ V : \text{V が死亡する} \end{cases}, \quad \begin{cases} U_A : \text{A の殺意など} \\ U_B : \text{B の殺意など} \\ U_V : \text{毒以外の V の死因} \end{cases}$$

このとき、$(M, \vec{u})$ において A が V の直接 NESS 原因であることは以下のように確かめられる。まず、$(M, \vec{u}) \models (A = 1) \land (V = 1)$ であるので、(1) が成り立つ。次に、$A = 1$ は $V = 1$ にとって十分である（B に対してどのような介入を行っても $V = 1$ が成り立つから）ので (2) は成り立ち、$\varnothing$ は $V = 1$ にとって十分でない（$A \leftarrow 0, B \leftarrow 0$ という介入を行うと $V = 0$ となるから）ので (3) も成り立つ。なお、以上の議論においては証拠を $\vec{W} = \varnothing$ とした。このように、$A = 1$ は $V = 1$ の直接 NESS 原因であることがいえるので、NESS 原因でもある。同様の理由から、$B = 1$ も $V = 1$ の NESS 原因となる。

よって、NESS 原因を用いれば、A の行為も B の行為も V が死亡した原因になるという、直観に合致する結論を導くことができる。

2.4 検討

Halpern のモデルは柔軟性が高く、多くの事例をうまく記述することができる。また、法哲学上有力な見解である NESS を数学的に表現した NESS 原因は、理論的な根拠も十分なうえ、事例 1 のような事例においてもうまく帰納する基準である。このように、事実的因果関係を記述するための数理モデルとして、Halpern の因果モデルや Beckers の NESS 原因は、汎用性や具体的妥当性という利点がある。

他方、以上の議論においては、コンテクスト $\vec{u}$ が分かっている、すなわち、外生変数の値が全て分かっているということが前提とされていた。これを事例 1 に即して説明すれば、A も B も毒を投与したということが分かっているということである。しかし、訴訟においては、全ての事実が明らかになるとは限らない。A と B のいずれかが毒を投与したということまで分かっているが、どちらであるか特定できないという状況で判決を下さなければならないということも考えられるのである。法的には、このような場合、A についても B についても犯人であることの証明がないとして無罪判決（刑事訴訟法 336 号）が下されることになる。ところが、上記のような数理モデルでは、このように情報が不十分である場合の推論の枠組みを与えることができないという限界がある。

3　Satoh らのアブダクション枠組み

3.1　アブダクション枠組み

以下の内容は Satoh & Tojo[5] に基づく[*3]が、説明の都合上、記号を一部改めている。なお、この節では命題論理の用語や記号を既知として説明を進めるが、必要な知識としては、標準的な教科書[*4]に記載されたごく初歩的なもので十分である。

定義 3.1 (アブダクション枠組み)**.** 3 つ組 $(\mathcal{B}, \mathcal{H}, \mathcal{O})$ を**アブダクション枠組み**という。ここで、$\mathcal{B}, \mathcal{H}$ は命題論理式の集合、$\mathcal{O}$ は命題論理式である。また、$\mathcal{B}$ を**背景知識**、$\mathcal{H}$ を**仮説集合**という。

アブダクション枠組みにおいて、$\mathcal{B}$ は一般的な因果の法則をモデル化したものであり、因果モデル M に対応する。$\mathcal{H}$ は、実際に生じた出来事や観測した事実をモデル化したものであり、コンテクスト $\vec{u}$ に対応する。$\mathcal{O}$ は、結果を表している。

3.2　極小説明

次に、極小説明を定義する。これが、Satoh らの提案する原因の定義である。

定義 3.2 (極小説明)**.** $(\mathcal{B}, \mathcal{H}, \mathcal{O})$ をアブダクション枠組みとする。$\mathcal{E} \subset \mathcal{H}$ が $(\mathcal{B}, \mathcal{H}, \mathcal{O})$ に関して**説明**であるとは、

$$\mathcal{B} \cup \mathcal{E} \models \mathcal{O} \quad \text{かつ} \quad \mathcal{B} \cup \mathcal{E} \not\models \bot$$

が成り立つことをいう。

$(\mathcal{B}, \mathcal{H}, \mathcal{O})$ に関する説明が**極小**であるとは、

$$\mathcal{E}' \subsetneq \mathcal{E} \text{ かつ } \mathcal{B} \cup \mathcal{E}' \models \mathcal{O}$$

となる $\mathcal{E}' \subset \mathcal{H}$ が存在しないことをいう。

説明とは、背景知識と組み合わせることによって結論を導くことができる仮説（の集合）のことである。$\mathcal{B} \cup \mathcal{E} \not\models \bot$ の部分は、仮説が背景知識と矛盾する場合を除外する趣旨の条件である。仮に $\mathcal{B} \cup \mathcal{E} \models \bot$ ならば、任意の $A \mathcal{B} \cup \mathcal{E}$ に対して $v(A) = 1$ となる真理値の割り当てが存在しない。このとき、任意の $\mathcal{O}$ に対して前提 $\mathcal{B} \cup \mathcal{E}$ から結論 $\mathcal{O}$ への推論に対する反例モデルが存在しないから、いかなる結論をも導くことができてしまう。このような場合を避けるために、仮説は背景知識と矛盾しないことが要求されている。極小説明とは、説明の真部分集合であって、それ自体単独で説明となるもののことである。極小という概念には、ある説明に無関係な仮説を足すことによって冗長な説明となることを防ぐ意図がある。なお、極小説明は一般には一意に定まらない。

Satoh らは、極小説明を原因の定義とすることを提案している。次の節で、以上の定義について具体例を用いて説明する。

[*3] 用語の日本語訳は、Satoh が執筆した日本語の論文 [6] に基づく。

[*4] 例えば、[7] など。

3.3 具体例

事例 1 は以下のようにモデリングできる。アブダクション枠組み $(\mathcal{B}, \mathcal{H}, \mathcal{O})$ を次のように定義する。

- $\mathcal{B} = \{a \to v, b \to v\}$
- $\mathcal{H} = \{a, b\}$
- $\mathcal{O} = v$

ここで、a, b, v は命題変項であり、それぞれ以下の意味をもつと考える。

- a: A が毒を入れる
- b: B が毒を入れる
- v: V が死亡する

このとき、$\{a\} \subset \mathcal{H}$ が極小説明であることは以下のように確かめられる。まず、$\{a\} \cup \mathcal{B} \models v$ であるので、$\{a\}$ は説明である。そして、$\{a\}$ の真部分集合として考えられるのは φ のみであり、これが説明にならないことは明らかであるので、$\{a\}$ は極小説明でもある。同様の理由から、$\{b\}$ も極小説明である。

よって、事例 1 においては、A の行為も B の行為も V が死亡した原因になるという直観に合致する結論を導くことができる。

3.4 検討

アブダクション枠組みおよび極小説明の利点は、必ずしも全ての情報が確定していなくてもよいということである。例えば、先の具体例では仮説集合を $\mathcal{H} = \{a, b\}$ としたが、これは、A も B も毒を入れたということが分かっていることに対応する。仮に、A または B が毒を入れたということまでしか分かっていないのであれば、仮説集合を $\mathcal{H}' = \{a \lor b\}$ とすればよい（この場合は、$\{a \lor b\}$ が極小説明になる）。このように、アブダクション枠組みは、情報が不十分である場合の推論の枠組みを与えることができ、法的推論を行う上での問題意識に対応しうるという利点がある。

他方、Satoh らの論文からは、具体的な事例でどのようにモデルを作ればよいのかという一般的な理論が不明確である。例えば、以下のような事例は、どのようにモデル化すればよいのかが明らかでない。

事例 2

A は、B と意思連絡なく、V のコーヒーに致死量の毒を入れた。V は、そのコーヒーを飲んだが、毒が効く前に B が V を射殺した。

この事例は、法学において**因果関係の断絶**と呼ばれる事例である。B の行為が V の死亡の原因であると説明される一方で、A の投与した毒が V に効く前に死亡しているので、A の行為は原因とはならない。

先のアブダクション枠組みで b の意味付けを B による射殺に置き換えるだけでは、全く同じモデルとなってしまい A の行為まで原因となってしまうから、適切ではない。では、どのようにアブダクション枠組みを構成すればよいのか、という問題は、Satoh らの論文からは明らかではない。このように、アブダクション枠組みには、汎用性という観点から限界がある。

4 主結果

4.1 研究の動機

実は、事例 2 は、Halpern の理論を用いれば以下のようにモデリングできる。$\mathcal{V}$ に新たに変数 P を加え、各変数の関係を以下のように設定する。

$$\begin{cases} A = F_A(\varnothing, \quad U_A) = U_A \\ B = F_B(\varnothing, \quad U_B) = U_B \\ P = F_P(A, B, \varnothing) \quad = A \wedge \neg B \\ V = F_V(A, B, U_V) = P \vee B \vee U_V \end{cases}$$

また、コンテクストは事例 1 の場合と同じく $U_A = 1, U_B = 1, U_V = 0$ とする。

このモデルにおいて、$B = 1$ は B が V を撃ったこと、$P = 1$ は A の投与した毒が効くということを意味しており、A が毒を投与し、かつ B が V を撃たなかった場合に限り毒が効くということを $P = A \wedge \neg B$ という式で表現している。

以上の設定の下では、$B = 1$ が $V = 1$ の NESS 原因となる一方で、$A = 1$ は $V = 1$ の NESS 原因にならない（$A = 1$ が $P = 0$ の直接 NESS 原因にならないから）。このように、NESS 原因は、事例 2 においてもうまく機能する基準であることが分かる。

筆者は、汎用性や具体的妥当性という利点をもつ因果モデルと、情報が不十分である場合の推論の枠組みを与えるという利点をもつアブダクション枠組みを組み合わせることで、これらの利点を生かしつつ、それぞれの限界を補うようなモデルを得ることができないか考えた。その結果、因果モデルが与えられた場合、これとある種の同値性をもつアブダクション枠組みが構成できることを明らかにした。

4.2 因果モデルに対応するアブダクション枠組みの構成

因果 $M = (\mathcal{V}, \mathcal{U}, \mathcal{V})$ が与えられているとする。モデル M の $\mathcal{V}, \mathcal{F}$ から、以下の手順でアブダクション枠組みにおける $\mathcal{B}$ を構成する。

内生変数 $X \in \mathcal{V}$ と、これを他の変数と関連付ける関数である F_X をとる。F_X はブール関数であるので、選言標準形で表記できる。選言標準形はいくつかの $\wedge$ 節を選言 $\vee$ でつないだものであるが、この $\wedge$ 節は、以下の 3 種類に分類される。ただし、**リテラル**とは、A を変数としたときの A および $\neg A$ のことをいう。

1. U_X をリテラルとして含むもの
2. $\neg U_X$ をリテラルとして含むもの
3. $U_X, \neg U_X$ をいずれもリテラルとして含まないもの

この点に注意すれば、$F_X(pa(X), U_X)$ の右辺は一般に以下の形に変形できる。

$$X = \underbrace{\bigvee_l \left\{ \left(\bigwedge_i A_{l,i} \right) \wedge U_X \right\}}_{\text{A}} \vee \underbrace{\bigvee_m \left\{ \left(\bigwedge_n B_{m,n} \right) \wedge \neg U_X \right\}}_{\text{B}} \vee \underbrace{\left(\bigvee_l \bigwedge_k C_{l,k} \right)}_{\text{C}} \tag{1}$$

上の表記に基づいて、以下の 2 つの論理式を構成する。

$$\left\{ \left(\bigvee_l \bigwedge_i a_{l,i} \right) \wedge \left(\bigvee_m \bigwedge_n b_{m,n} \right) \right\} \vee \left(\bigvee_l \bigwedge_k c_{l,k} \right) \to x \tag{2}$$

$$x \to \left(\bigvee_l \bigwedge_i a_{l,i} \right) \vee \left(\bigvee_m \bigwedge_n b_{m,n} \right) \vee \left(\bigvee_l \bigwedge_k c_{l,k} \right) \tag{3}$$

これらの論理式を、アブダクション枠組みの $\mathcal{B}$ の元とする。

以上の手順を各 X に対して行うことで、$\mathcal{B}$ が具体的に構成できる。

定義 4.1. 上記の方法で構成した $\mathcal{B}$ を、$\mathcal{V}, \mathcal{F}$ に**対応する** $\mathcal{B}$ という。

注意 4.2. F_X を選言標準形で表した場合に、$U_X, \neg U_X$ が現れなかったり、単体で $\wedge$ 節を作っていたりすることがある。このような場合には、$\bigwedge_i A_{l,i}, \bigwedge_j B_{m,n}$ および $\bigwedge_k C_{l,k}$ の値が 0 や 1 になっていると考えればよい。この点については、後で具体例を通じて説明する。

また、上記の手順によって構成された論理式が恒真式となることもある。この点についても、後で具体例を通じて説明する。

以下の定理は、因果モデルとアブダクション枠組みの対応関係を示すものである。

定理 4.3 (因果モデルとアブダクション枠組みの対応)**.** 上記の条件（変数のとりうる値が 0 または 1, など）を満たす因果モデル $(\mathcal{V}, \mathcal{U}, \mathcal{F})$ と、アブダクション枠組み $(\mathcal{B}, \mathcal{H}, \mathcal{O})$ を考える。このとき、以下の 2 つが成り立つ。

(a) 因果モデルにおいて $\mathcal{U}$ の値を任意に定めると $\mathcal{V}$ の値も一意に定まるが、この値に一致するようにアブダクション枠組みにおける命題変項の真理値を定めると、$\mathcal{B}$ に含まれるすべての論理式の値が 1 となる。

(b) $\mathcal{B}$ に含まれるすべての論理式が真になるように、命題変項の真理値を任意に定める。これと一致するように $\mathcal{V}$ の値を定めれば、$\mathcal{U}$ の値をうまく定めることによって、$\mathcal{F}$ で関係づけられたすべての式 $X = F_X(pa(X), U_X)$ が成り立つ。

ただし、変数 X の値と論理式 x の真理値が一致するとは、$X = 1$ であることと x が真であることが同値になることをいう。

証明.

■(a)　背理法で示す。$\mathcal{B}$ に含まれる論理式であって値が 0 になるものが存在すると仮定する。この論理式が式 (2) と (3) のいずれの形であるかによって場合分けする。以下に示す通り、どちらの場合であっても矛盾が生じるので、(1) が成立する。

式 (2) の形の場合: 背理法の仮定より、$\left(\bigvee_l \bigwedge_i a_{l,i}\right) \wedge \left(\bigvee_m \bigwedge_j b_{m,j}\right)$ または $\bigvee_n \bigwedge_k c_{n,k}$ が真となる。

$(\bigvee_i \bigwedge_i a_{l,i})$ が真であるとすると、ある l', m' が存在し、$\bigwedge_i a_{l',i}, \bigwedge_j b_{m',j}$ のいずれもが真となる。これは、$\bigwedge_i A_{l',i} = \bigwedge_j B_{m',j} = 1$ となることを意味する。従って、式 (1) において、$U_X = 1$ のときは A $= 1$、$U_X = 0$ のときは B $= 1$ となる。いずれの場合であっても $X = 1$ となるから、式 (2) が偽であるという仮定に反する。

$\bigvee_n \bigwedge_k c_{n,k}$ が真であるとすると、式 (1) の C が 1 になるので $X = 1$ となり矛盾が生じる。

式 (3) の形の場合: 背理法の仮定より、$\bigvee_l \bigwedge_i a_{l,i}, \bigvee_m \bigwedge_j b_{m,j}, \bigvee_n \bigwedge_k c_{n,k}$ のいずれもが偽となる。

よって、任意の l, m, n に対してある i', j', k' が存在し、$a_{l,i'}, b_{m,j'}, c_{n,k'}$ が偽となる。これは、任意の l, m, n に対して $\bigwedge_i A_{l,i} = \bigwedge_j B_{m,j} = \bigwedge_k C_{n,k} = 0$ となることを意味する。従って、U_X の値が $1, 0$ のいずれであっても、式 (1) の A, B, C のいずれもが 0 となるので、$X = 0$ である。これは、式 (3) が真であるという仮定に反する。

■(b)　$\mathcal{B}$ に含まれる論理式がすべて真になるように、各命題変項の真理値を任意に定める。このとき、ある $X \in \mathcal{V}$ について、$\mathcal{U}$ をどの値に設定しても $X \neq F_X(pa(X), U_X)$ となると仮定する。

$X = 0$ のとき: 仮定より、$\mathcal{U}$ をどの値に設定しても $F_X(pa(X), U_X) = 1$ になる。このとき、式 (1) において A, B, C の少なくとも 1 つが 1 である。

まず、C $= 1$ ではない。仮に C $= 1$ とすると、$\bigvee_n \bigwedge_k c_{n,k}$ が真であるので、式 (2) の前件も真。仮定より、x は偽であるので、式 (2) は偽となる。従って、$\mathcal{B}$ に含まれる論理式がすべて真であるという仮定に矛盾する。

よって、C $= 0$ の場合を考えればよい。A $= 1$ または B $= 1$ である。$X = 0$ なので、x は偽であり、かつ、式 (2) は真であると仮定しているので、$\bigvee_l \bigwedge_i a_{l,i}$ または $\bigvee_m \bigwedge_j b_{m,j}$ が偽である。

$\bigvee_l \bigwedge_i a_{l,i}$ が偽のときは、任意の l に対して i' が存在し、$a_{l,i'}$ が偽になる。このとき、任意の l に対して $\bigwedge_i A_{l,i} = 0$ となるので、$U_X = 1$ とすれば A $=$ B $= 0$ となり、A $= 1$ または B $= 1$ であることに矛盾する。

$\bigvee_m \bigwedge_j b_{m,j}$ が偽のときは、任意の m に対して j' が存在し、$b_{m,j'}$ が偽になる。このとき、任意の m に対して $\bigwedge_j B_{m,j} = 0$ となるので、$U_X = 0$ とすれば A $=$ B $= 0$ となり、A $= 1$ または B $= 1$ であることに矛盾する。

以上の通り、いずれの場合であっても矛盾が生じるので、U_X をうまく設定すれば $X = F_X(pa(X), U_X) = 0$ が成り立つ。

$X = 1$ のとき: 仮定より、$\mathcal{U}$ をどの値に設定しても $F_X(pa(X), U_X) = 0$ になる。このとき、式 (1) において A, B, C のいずれもが 0 である。よって、任意の l, m, n に対してある i', j', k' が存在し、$A_{l,i'} = B_{m,j'} = C_{n,k'} = 0$ である。すなわち、任意の l, m, n に対して $a_{l,i'}, b_{m,j'}, c_{n,k'}$ はいずれも偽である。このことは、式 (3) の後件が偽であることを意味している。仮定より、$X = 1$、すなわち x は真であるから、式 (3) は偽である。

従って、$\mathcal{B}$ に含まれる論理式がすべて真であるという仮定に矛盾するので、$\mathcal{U}$ の値をうまく設定すれば、$X = F_X(pa(X), U_X) = 1$ が成り立つ。 □

4.2.1　具体例

この結果を用いれば、事例 2 における $\mathcal{B}$ は以下のように構成できる。

$$\mathcal{B} = \{p \to a \land \neg b, a \land \neg b \to p, p \lor b \to v\}$$

例えば、$V = P \lor B \lor U_V$ にリテラル $\neg U_V$ が現れていないが、式 (1) の各 $B_{m,n}$ が 0 であると考えればよい。また、リテラル U_V は単体で $\land$ 節を作っているが、各 $A_{l,i}$ が 1 であると考えればよい。すると、これに対応する論理式は $p \lor b \to v$ と $v \to \top$ である。後者は恒真式であり、議論に影響を与えないため、$\mathcal{B}$ からは除外して書いている。

そして、これを用いたアブダクション枠組み $(\mathcal{B}, \{a, b\}, v)$ においては、$\{b\}$ だけでなく $\{a\}$ も極小説明となるので、Satoh らの提案する極小説明では、妥当な結論が得られないことが分かる。

5　展望

本研究の成果は、法的因果関係のモデリングという動機から、異なる発想に基づいて提案された 2 つのモデルの対応関係を見出したことにある。数理モデルとしての対応が示されたことによって、片方のモデルが持つ利点を活かして他方のモデルを改善することが期待できる。例えば、Halpern モデルにおいては情報が全て明らかになっている（コンテクスト $\vec{u}$ が分かっている）ということが前提とされているが、これをアブダクション枠組みで記述することで、情報が不十分な場合の推論のあり方を論じるヒントが得られるかもしれない。

今後の研究課題は、NESS 原因をアブダクション枠組みによって記述することである。現時点では、NESS 原因を用いて「または」を含む主張を扱うことはできないが、NESS 原因をアブダクション枠組みで記述できれば、“$A = a$ または $B = b$ が原因である” というような主張を表現できるようになり、法哲学上の概念である NESS をより深く理解するための契機が得られる可能性がある。

参考文献

[1] Joseph Y. Halpern. *Actual Causality.* MIT Press, reprint edition edition.

[2] Herbert Lionel Adolphus Hart and Tony Honoré. *Causation in the Law.* Oxford University Press UK.

[3] Richard W Wright. Causation in tort law. *Calif. L. Rev.*, Vol. 73, p. 1735.

[4] Sander Beckers. The counterfactual NESS definition of causation. In *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, Vol. 35, pp. 6210–6217.

[5] Ken Satoh and Satoshi Tojo. Disjunction of Causes and Disjunctive Cause: A Solution to the Paradox of Conditio Sine Qua Non using Minimal Abduction. In *Legal Knowledge and Information Systems: JURIX 2006: The Nineteenth Annual Conference*, Vol. 152, pp. 163–168.

[6] 佐藤健. 論理に基づく人工知能の法学への応用. コンピュータ ソフトウェア, Vol. 27, pp. 36–44.

[7] 大西琢朗. 論理学. 昭和堂.